EUCLIDES

TIJDSCHRIFT VOOR DE DIDACTIEK DER EXACTE VAKKEN

16e JAARGANG 1940, Nr. 6.



P. NOORDHOFF — N.V. — GRONINGEN

Euclides, Tijdschrift voor de Didactiek der Exacte Vakken verschijnt in zes tweemaandelijkse afleveringen, samen 18 vel druks. Prijs per jaargang *f* 6.—. Zij, die tevens op het Nieuw Tijdschrift (*f* 6.—) zijn ingetekend, betalen *f* 5.—, voor idem op „Christiaan Huygens" (*f* 10.—) *f* 4.—.

Artikelen ter opneming te zenden aan J. H. Schogt, Amsterdam-Zuid, Frans van Mierisstraat 112; Tel. 28341.

Aan de schrijvers van artikelen worden op hun verzoek 25 afdrukken verstrekt, in het vel gedrukt.

Boeken ter bespreking en ter aankondiging te zenden aan P Wijdenes, Amsterdam-Zuid, Jac. Obrechtstraat 88; Tel. 27119.

INHOUD.

EUCLIDES

TIJDSCHRIFT VOOR DE DIDACTIEK DER EXACTE VAKKEN

ONDER LEIDING VAN

J. H. SCHOGT EN P. WIJDENES



16e JAARGANG 1939/40

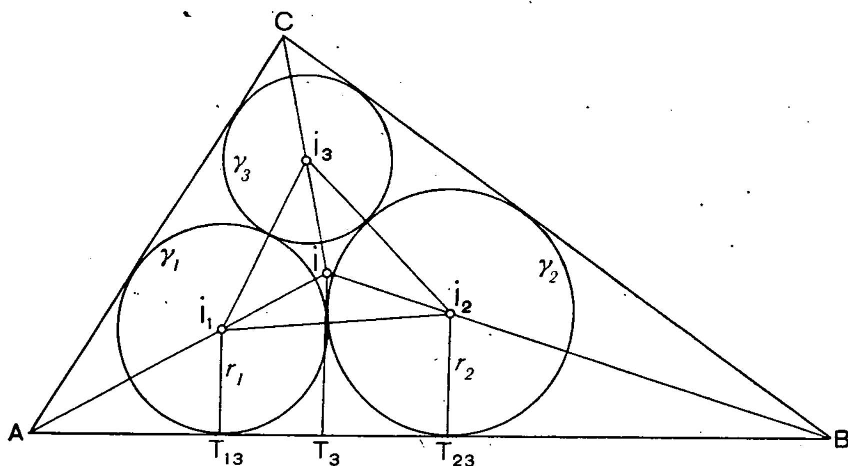
P. NOORDHOFF N.V. — GRONINGEN-BATAVIA

INHOUD VAN DE 16e JAARGANG 1939/1940.

Boekbesprekingen.

HET WERKSTUK VAN MALFATTI

In een driehoek ABC drie cirkels γ_1, γ_2 en γ_3 te beschrijven, waarvan γ_1 raakt aan de benen van $\angle$ A, γ_2 aan die van $\angle$ B en γ_3 aan die van $\angle$ C, terwijl elk der cirkels de beide andere uitwendig raakt.



1e Oplossing:

Cirkel γ_1 raakt AB in T_{13}; de straal is r_1.
Cirkel γ_2 raakt AB in T_{23}; de straal is r_2.

I is het middelpunt van de ingeschreven cirkel van $\triangle$ ABC, die in T_3 aan AB raakt en waarvan de straal r is. Stellen we $AT_{13} \equiv d_1$; $BT_{23} \equiv d_2$, dan volgt vrij eenvoudig:

$I_1T_{13} : IT_3 = AT_{13} : AT_3$ of $r_1 : r = d_1 : (s - a)$, dus $r_1 = \frac{r}{s-a} \cdot d_1$.

Evenzo is $r_2 = \frac{r}{s-b} \cdot d_2$.

Verder is

$$T_{13}T_{23} = \sqrt{\{I_1I_2^2 - (I_2T_{23} - I_1T_{13})^2\}} = \sqrt{\{(r_2+r_1)^2 - (r_2-r_1)^2\}} = 2\sqrt{r_1r_2} =$$

$$2r\sqrt{\frac{d_1d_2}{(s-a)\,(s-b)}} = 2\sqrt{\frac{s-c}{s}} \cdot \sqrt{d_1d_2}, \text{ immers } r = \frac{O}{s} =$$

$$\sqrt{\frac{(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}{s}}.$$

Derhalve geldt de betrekking:

$$d_1 + 2\sqrt{\frac{s-c}{s}} \cdot \sqrt{d_1d_2} \quad + d_2 = c$$

$$\text{of: } \frac{d_1}{s} + 2\sqrt{\frac{s-c}{s}} \cdot \sqrt{\frac{d_1}{s} \cdot \frac{d_2}{s}} + \frac{d_2}{s} = \frac{c}{s},$$

Evenzo gelden dus:

$$\frac{d_2}{s} + 2\sqrt{\frac{s-a}{s}} \cdot \sqrt{\frac{d_2}{s} \cdot \frac{d_3}{s}} + \frac{d_3}{s} = \frac{a}{s}$$

$$\text{en } \frac{d_3}{s} + 2\sqrt{\frac{s-b}{s}} \cdot \sqrt{\frac{d_3}{s} \cdot \frac{d_1}{s}} + \frac{d_1}{s} = \frac{b}{s}.$$

We stellen nu:

$$\frac{a}{s} = \sin^2 \alpha\,; \quad \frac{b}{s} = \sin^2 \beta; \quad \frac{c}{s} = \sin^2 \gamma\,; \quad \frac{d_1}{s} = \sin^2 \alpha_1;$$

$$\frac{d_2}{s} = \sin^2 \beta_1 \text{ en } \frac{d_3}{s} = \sin^2 \gamma_1.$$

De betrekkingen gaan dan over in:

$$\sin^2 \alpha_1 + 2 \sin \alpha_1 \sin \beta_1 \cdot \cos \gamma + \sin^2 \beta_1 = \sin^2\gamma$$
$$\sin^2 \beta_1 + 2 \sin \beta_1 \sin \gamma_1 \cdot \cos \alpha + \sin^2 \gamma_1 = \sin^2\alpha$$
$$\sin^2 \gamma_1 + 2 \sin \gamma_1 \sin \alpha_1 \cdot \cos \beta + \sin^2 \alpha_1 = \sin^2\beta$$

waaruit echter volgt:

$$\gamma = \alpha_1 + \beta_1 \qquad \alpha = \beta_1 + \gamma_1 \qquad \beta = \gamma_1 + \alpha_1$$

en dus:

$$\alpha_1 = {}^1/_2\,(-\alpha+\beta+\gamma) \quad \beta_1 = {}^1/_2\,(\alpha-\beta+\gamma) \quad \gamma_1 = {}^1/_2\,(\alpha+\beta-\gamma).$$

Daar nu de hoeken α, β en γ te construeren zijn, zijn ook de hoeken α_1, β_1 en γ_1 bekend en daaruit volgen d_1, d_2, d_3. Daardoor worden de raakpunten bekend en de constructie der cirkels is verder eenvoudig.

Om α te construeren, beschrijven we een cirkel met s ($=$ PQ) als middellijn; op de middellijn zetten we PR $= a$ af; in R richten we een loodlijn op, die de cirkel in S snijdt. Dan is $\angle$ SQP $= \alpha$.

Om d_1 te construeren, beschrijven we een cirkel met s ($=$ PQ) als middellijn; door Q trekken we een lijn, die met QP een hoek α_1 maakt en die de cirkel in T snijdt; uit T laten we de loodlijn TV op PQ neer; dan is PV $= d_1$.

Bovenstaande oplossing werd door Schellbach bekend gemaakt in 't 45e deel van Crelle's Journal. In de 10e Band der „Memorie di Matematica e di Fisica della Società italiana delle Scienze" komt de oplossing van Malfatti voor. Steiner gaf in 1826 een zuiver meetkundige oplossing, echter zonder bewijs. Hij breidde 't vraagstuk uit door de zijden van de driehoek te vervangen door 3 cirkelomtrekken. In J. Versluys: „Inleiding tot de Nieuwere Meetkunde van den Driehoek" vindt men het door Hart in deel I van het Quarterly Journal gegeven bewijs bij deze constructie. In P. Molenbroek: „Leerboek der Vlakke Meetkunde" wordt het vraagstuk ook op die wijze opgelost.

Deventer. W. J. Reuvecamp.

ENQUÊTE OVER LOGARITHMENTAFELS

Het aantal antwoorden, dat de redactie heeft ontvangen op haar vraag omtrent logarithmentafels, is beperkt gebleven tot *twee.*

Beide inzenders betuigen hunne instemming met wat op blz. 38 van dezen jaargang is neergeschreven; één van hen oppert het denkbeeld de mantissen op te zoeken in een tafel met 5 decimalen, en ze dan in 4 decimalen af te ronden.

Dat de belangstelling niet grooter is, moet misschien worden toegeschreven aan de omstandigheid, dat het karakter der trigonometrische vraagstukken, welke op de H.B.S. behandeld worden, bezig is, zich te wijzigen: de berekeningen geraken op den achtergrond. De eindexamenopgave van 1937 bewijst echter, dat men bij de voorbereiding tot het eindexamen nog met vraagstukken van deze soort rekening moet houden. J. H. S.

ENKELE OPMERKINGEN NAAR AANLEIDING VAN DE VOORDRACHT VAN Dr. GERRETSEN OVER DE DIFFERENTIAALREKENING EN HET LIMIETBEGRIP OP DE MIDDELBARE SCHOOL

DOOR

Th. G. D. STOELINGA en M. G. VAN TOL.

Met belangstelling lazen wij in nummer 4 van dit tijdschrift bovengenoemde belangrijke voordracht. In velerlei opzicht zijn wij het geheel met Dr. G. eens. Echter zijn er enkele punten, waarin wij met hem van mening verschillen, zodat wij gaarne gebruik maken van de gelegenheid tot gedachtenwisseling, waartoe overigens de heer G. zelf aanspoort.

Allereerst zijn critiek op de limiet-definitie in ons Leerboek der Algebra III.

Dr. G. verwijt ons daarbij: *a.* vaagheid van de termen „onbepaald naderen tot" en „veranderlijke grootheid" en verder: *b.* het gebruik van het pleonasme, „vast getal".

ad *a.*

Zoals Dr. G. in het voorwoord van het genoemde leerboek kan lezen, zijn wij bij het schrijven daarvan met hem van oordeel geweest, dat het gewenst is bij het geven van de limiet-definitie het soortelijk onderscheid vooraf te ontleden en dus het limiet-begrip a.h.w. in etappes bij te brengen. Dit is dan ook de manier, die in ons boek is gevolgd. In drie, onmiddellijk aan de definitie voorafgaande voorbeelden (§ 191, blz. 1, 2 en 3) hebben wij de term „onbepaald dicht naderen tot", die *zonder meer* inderdaad vaag zou zijn, uitvoerig besproken, verklaard en gedefinieerd, zodat een verwijt van vaagheid zeer zeker niet opgaat.

Behalve dat de term „veranderlijke" grondig besproken is in het tweede deel van ons leerboek bij de behandeling van het functiebegrip, komt in de genoemde voorbeelden meermalen „veranderlijke grootheid" voor, waardoor deze term naar onze mening voldoende is toegelicht. Wij althans hebben nooit de noodzake-

lijkheid, zelfs niet de wenselijkheid gevoeld om de term „grootheid" voor de leerlingen nader te definieren. Wanneer Dr. G. de moeite neemt de voorbeelden door te lezen zal hij inzien, dat de vraag omtrent de driehoek, waarvan de hoekpunten zich langs rechten bewegen (wat betekent dit?) door onze limietdefinitie zeker geen zin heeft gekregen, zoals hij blijkbaar wil suggereren. Trouwens iedere leerling behoort hem te kunnen vertellen, dat het genus proximum van „driehoek" de verzameling van meetkundige figuren is.

ad *b*.

In onze limiet-definitie wordt inderdaad gesproken van een „vast getal". Maar daarbij is de tekst dik gedrukt, terwijl het woord „vast" *in gewone letters* en *tussen haakjes* is gezet. Dit woordje „vast" heeft dan ook niet tot taak een categorie onder de getallen aan te wijzen, is dus niet op te vatten als een beperking van het begrip „getal", maar is uitsluitend bedoeld om voor de leerlingen er de nadruk op te leggen, dat een getal „vast" is, in tegenstelling met een „veranderlijke grootheid".

Wij hebben zeer sterk de indruk, dat Dr. G. alleen onze limiet-*definitie* heeft gelezen zonder de *voorbereiding* daartoe. In elk geval heeft hij de definitie uit het verband geciteerd, waardoor degenen, die ons boek niet kennen, verkeerd worden ingelicht.

Vervolgens iets over de behandeling van het limietbegrip door Dr. Gerretsen. Gaarne erkennen wij, dat deze veel goeds bevat, maar toch hebben wij ook, behalve tegen de vorm, enige bedenkingen van ernstiger aard.

De behandeling komt nl. op het volgende neer. Dr. G. geeft niet de definitie van limiet per genus proximum et per differentiam specificam, maar geeft slechts aan, wanneer een getal l de limiet van $f(x)$ is en wel in de drie volgende gevallen:

1°. als x oneindig groot wordt, maar geheel blijft;

2°. als x oneindig groot wordt zonder meer;

3°. als $x \rightarrow a$.

Hij wil deze gevallen afzonderlijk behandeld zien en scherp onderscheiden. Maar is dit juist? Het gaat blijkbaar om de bepaling van de limiet van $f(x)$ onder drie verschillende, betrekkelijk willekeurige, voorwaarden. Men kan met recht vragen of er niet nog andere voorwaarden te stellen zijn.

In geval 1° spreekt Dr. G. van de limiet van een getallenrij. Dit lijkt ons minder gelukkig. Liever zouden we in dit geval spreken van de limiet van een variant.

Van geval 2° zegt Dr. G. (blz. 214): Bij functies gaat het precies eender [als bij „getallenrijen"]. Dit is niet juist, immers de uitdrukking: „E is op de duur waar" is slechts gepreciseerd voor het geval, dat n de reeks der natuurlijke getallen doorloopt. Die uitdrukking moet echter telkens opnieuw worden bepaald, wanneer n op andere wijze oneindig groot wordt. Het is hier een prachtgelegenheid om het begrip „x wordt oneindig groot" te definieren.

De behandeling kan dan ook naar onze mening iets korter en algemener als volgt verlopen.

We geven drie definities, waarvan de derde de limiet-definitie is.

Definitie 1. *x „groeit onbepaald aan" of „wordt oneindig groot", wanneer x achtereenvolgens waarden aanneemt, die groter zijn dan een willekeurig gekozen getal N.*

Definitie 2. *De functie $f(x)$ „nadert onbepaald dicht tot" het getal L, wanneer $| L - f(x) | < \varepsilon$ voor een willekeurig gekozen positief getal ε.*

Definitie 3. *De limiet van $f(x)$ is het getal, waartoe $f(x)$ onbepaald dicht nadert.*

Nu volgen twee verklaringen:

1. $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = L$ betekent:

x kan zodanig onbepaald aangroeien (d.w.z. men kan N in def. 1 zodanig kiezen), dat $f(x)$ onbepaald dicht tot L nadert.

2. $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$ betekent:

x kan zodanig onbepaald dicht tot a naderen, zonder er nochtans aan gelijk te worden, dat $f(x)$ onbepaald dicht tot L nadert.

We willen hiermee natuurlijk niet beweren, dat bovenstaande behandeling nu volkomen streng en niet meer te verbeteren is.

Tenslotte zouden we nog de volgende opmerkingen willen maken. Het is gewenst, naast eenvoudige voorbeelden als

$$\lim_{x \to 3} (2x + 5)$$

ook te behandelen voorbeelden als

$$\lim_{x \to 3} \frac{(2x+5)(x-3)}{x-3}$$

en er dan op te wijzen, dat in het eerste voorbeeld de functie de limietwaarde kan bereiken en in het tweede niet.

In dit verband merken we op, dat Dr. G. ten onrechte meent de definitie van Van Thijn en Kobus correct te kunnen maken (blz. 212) uitsluitend door hun eerste voorwaarde te veranderen. De tweede voorwaarde, die hij handhaaft, is echter ook niet correct, zoals blijkt uit ons tweede voorbeeld, waar x niet gelijk aan 3 mag worden.

Dit valt te meer op, daar Dr. G. aangaande dezelfde definitie aanmerkt: „Een blijkbaar niet bedoeld effect heeft de opneming van het woord „elk" in de volzin onder 1°. Immers daaruit volgt noodzakelijk, dat het verschil tussen de functie en het getal p *gelijk* is aan nul, want 0 is het enige niet-negatieve getal, dat kleiner is dan *elk* positief getal."

Deze aanmerking is hier echter niet juist, omdat v. Th. en K. niet spreken van *elk* positief getal, maar van *elk vooraf aangegeven* willekeurig klein rekenkundig getal.

Nog een vergissing maakt Dr. G. in zijn bespreking van de definitie van Rutgers en Pekelharing. Inderdaad wordt daarin de relatie tussen p_n en q niet geheel juist beschreven door de woorden: „dat bij aangroeiende n het verschil tussen p_n en q steeds kleiner wordt." Maar toch heeft men juist door deze zin *niet* het recht te menen dat $\frac{1}{n} + (-1)^n$ de limiet 1 en ook de limiet —1 heeft, omdat het verschil tussen $\frac{1}{n} + (-1)^n$ en 1 of —1 niet *„steeds"* kleiner wordt.

Ook uit deze laatste opmerkingen blijkt, hoe betrekkelijk gemakkelijk men zich kan vergissen wanneer men poogt de strengheidseisen op te voeren. Voor ons is dit een aanwijzing te meer om toch vooral voorzichtig te zijn op dit gebied ten aanzien van de leerlingen. Natuurlijk achten wij een redelijke opvoering van die eisen gewenst en zelfs nodig, zoals wij ook in het voorwoord van ons Algebra-leerboek schreven, maar zo ergens, dan moet zeker hier met gematigdheid te werk worden gegaan.

ANTWOORD

DOOR

J. C. H. GERRETSEN.

In S t o e l i n g a en V a n T o l, *Leerboek der Algebra III,* wordt op p. 1 de volgende omschrijving gegeven van de uitdrukking „nadert onbepaald dicht tot":

„$\frac{1}{n}$ **nadert onbepaald dicht tot 0.** We bedoelen hiermee: n neemt op den duur een zodanige waarde aan, dat het verschil $\frac{1}{n} - 0$ kleiner wordt dan elk willekeurig (klein) positief getal $\left(\text{b.v. } \frac{1}{1\,000\,000}\right)$; ook voor nog grotere waarden van n b l ij f t dit verschil kleiner dan het gekozen getal." De omschrijvingen op p. 2 en p. 3 wijken hiervan niet wezenlijk af.

Erg bewonderen kan ik deze omschrijving niet. Vooral het gebruik van het woord „waarde" in het enkelvoud heeft funeste gevolgen. Immers, noemen we n_0 de waarde, die n „op den duur" aanneemt (de schrijvers stellen zich blijkbaar voor, dat men aan n opvolgend de waarden 1, 2, 3 ..., geeft). Voor $n = n_0$ wordt $\frac{1}{n} = \frac{1}{n_0}$, dus $\frac{1}{n_0} < \varepsilon$, als ε een willekeurig gekozen positief getal voorstelt. Wegens de toegestane vrijheid mag ik dus voor ε ook het getal $\frac{1}{n_0}$ nemen, zodat ik $\frac{1}{n_0} < \frac{1}{n_0}$ vind!

De, overigens ook bij andere schrijvers voorkomende, fout is gemakkelijk aan te wijzen. De schrijvers laten na er uitdrukkelijk op te wijzen, dat het getal n_0 van ε afhangt. Zij behoorden te zeggen:

„Bij een willekeurig gekozen positief getal is een zodanige waarde van n te vinden, dat $\frac{1}{n} - 0$ kleiner is dan dat getal, terwijl

ook voor grotere waarden van n dit verschil kleiner is dan dat getal."

Wanneer op p. 3 van het genoemde leerboek de limietdefinitie meegedeeld wordt, zijn in de toelichtende voorbeelden slechts getallenrijen gebruikt. Indien de schrijvers met „veranderlijke grootheid" in deze definitie niets anders bedoelen dan getallenrijen, dan heb ik er vrede mee. Weliswaar is de term „nadert onbepaald dicht tot" niet bijster fraai omschreven, maar is inderdaad voorbereid. In zoverre hebben mijn opponenten gelijk. Maar daarmee zijn voor mij niet de moeilijkheden uit de weg geruimd. Immers, reeds op p. 4 blijkt de bewuste term ook van toepassing te zijn op veranderlijken en functies. Mag of moet ik daaruit nu concluderen, dat veranderlijken en functies ook behoren tot de dingen, die men als veranderlijke grootheden aanduidt? En wanneer deze vraag bevestigend beantwoord moet worden, is een rechte dan ook een veranderlijke grootheid? Want op p. 6 van het *Supplement behorende bij Leerboek der Algebra* wordt gesproken van „een rechte AB, die onbepaald dicht tot de raaklijn in A aan de grafiek nadert." Het begrip veranderlijke grootheid zou zich dus op verschillende wijzen kunnen manifesteren. Niettemin achten mijn opponenten een definitie van dit begrip overbodig. Een overigens weinig gebruikelijk standpunt in de wiskunde!

De term „nadert onbepaald dicht tot" wordt op p. 4 van het genoemde leerboek gebruikt voor de toelichting van het limietbegrip voor functies. Het is mij niet voldoende duidelijk geworden of de daar genoemde voorbeelden moeten dienen om de definitie van p. 3 nog nader toe te lichten, of wel, dat ze dienen om een nieuw begrip aan te brengen, waarvan de expliciete definitie weer overbodig geoordeeld wordt. Wel heb ik begrepen (althans meen ik begrepen te hebben), dat de schrijvers de limietdefinitie voor functies laten steunen op die voor getallenrijen. Daartegen bestaat geen enkel bezwaar. Toch moet ik bezwaar maken tegen de *wijze* waarop dit in het boek geschiedt. Wanneer de schrijvers menen, dat

(1) $$\lim_{x \to 3} (2x + 5) = 11$$

voortvloeit uit:

(2) $$\lim_{n \to \infty} (2x_n + 5) = 11,$$

waarbij x_1, x_2, ... getallen zijn, die alle van 3 verschillen, maar wel onbepaald dicht tot 3 naderen, m.a.w. waarvoor geldt:

$$(3) \qquad \lim_{n \to \infty} x_n = 3,$$

dan vergissen zij zich deerlijk. Zij hadden zeer uitdrukkelijk moeten vermelden, dat aan (2) voldaan moet zijn door *iedere* getallenrij, die aan (3) voldoet (natuurlijk met de restrictie, dat alle $x_n \neq 3$ zijn); pas dan heeft men het recht (1) in de plaats van (2) te schrijven. Blijft deze vermelding achterwege, dan zou men aan de leerlingen kunnen wijsmaken, dat

$$(4) \qquad \lim_{x \to 0} f(x) = 0,$$

als $f(x)$ de volgende functie voorstelt:

$$(5) \qquad f(x) = \begin{cases} x, \text{ voor alle rationale getallen } x, \\ 1, \text{ voor alle irrationale getallen } x. \end{cases}$$

Immers, ik kan x onbepaald dicht tot 0 laten naderen, door aan x de waarden $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ..., te geven.

Ik heb niet de indruk, dat hier sprake is van een toevallige lapsus. In Stoelinga en Van Tol, *Planimetrie II*, p. 148 wordt de volgende definitie gegeven van het begrip raaklijn:

„Laat een kromme lijn en hierop een punt P gegeven zijn .... We denken ons op de kromme een willekeurige oneindig voortlopende puntenreeks A_1, A_2, A_3, ..., enz. gegeven, die P als limiet heeft. We beschouwen de stralenreeks PA_1, PA_2, PA_3, ..., enz. Wanneer deze stralenreeks (enkelvoud! G.) een limiet PB heeft, noemen we PB de *raaklijn in P aan de kromme lijn.*"

Hier kunnen we weer dezelfde fout als boven constateren. Er had uitdrukkelijk vermeld moeten worden, dat PB *onafhankelijk* is van de naar P convergerende puntenreeks. Is het misschien de zucht naar vereenvoudiging, die de schrijvers hier parten heeft gespeeld? Voor een correcte definitie zou ik kunnen verwijzen naar Haalmeijer, *Leerboek der Vlakke Meetkunde II*, p. 114.

Ik meen dus niet zonder reden mijn opponenten vaagheid in woordgebruik te mogen verwijten. Verder hoop ik met het bovenstaande enigszins de bij mijn opponenten verwekte indruk verzwakt te hebben, dat ik alleen de limietdefinitie gelezen zou

hebben en bij de beoordeling daarvan geen aandacht zou hebben geschonken aan de door hen gegeven toelichtingen.

In een volgend gedeelte van hun betoog betwijfelen mijn opponenten de juistheid van mijn opmerking betreffende de noodzaak van het maken van onderscheid tussen de definities van limieten van getallenrijen en functies. Ik vermoed, dat deze twijfel gegrond is op het onjuiste inzicht in het limietbegrip voor functies, zoals ik dit boven signaleerde. Mijn opponenten noemen een drietal gevallen en vragen zich af of nog andere omstandigheden denkbaar zijn, waarbij het zin heeft een bepaling te geven van limiet. Dit is stellig het geval. Alles hangt af van de getallenverzameling, waarop $f(x)$ gedefiniëerd is. Het heeft betekenis te spreken van lim $f(x)$ voor $x \rightarrow a$, als a een *verdichtingspunt* is van die verzameling. Formeel kan het symbool ∞ beschouwd worden als verdichtingspunt van een niet-beperkte getallenverzameling, zoals bijvoorbeeld de verzameling der natuurlijke getallen. Waar het op aan komt, is de definitie van het omgevingsbegrip. Deze luidt voor een omgeving van ∞ anders dan voor een omgeving van a. Op de een of andere wijze moet dit onderscheid in de limietdefinitie verdisconteerd zijn.

De term „E is op de duur waar" kan voor niet beperkte getallenverzamelingen op dezelfde wijze gepreciseerd worden als ik voor natuurlijke getallen in extenso in mijn voordracht heb weergegeven, onafhankelijk van de omstandigheid of de eigenschap E betekenis heeft voor hetzij alleen alle natuurlijke getallen, zoals in mijn voordracht, hetzij alle rationale getallen, hetzij alle reële getallen, enz.

De „wijze waarop x oneindig wordt", waaraan mijn opponenten blijkbaar veel waarde hechten, behoeft niets anders te zijn dan het nauwkeurig aangeven van de getallenverzameling, waarop $f(x)$ gedefinieerd is.

Mijn opponenten stellen een nieuwe behandelingswijze voor van het limietbegrip, waarmee zij hopen een groot aantal gevallen te kunnen omvatten. Ik laat het oordeel daarover gaarne aan de lezers van dit tijdschrift; daarbij zou ik willen aanbevelen om met deze definities eens te experimenteren op de functie $f(x)$, die ik boven onder (5) gedefinieerd heb. Mijn opponenten hebben niet willen beweren, dat de door hen gegeven behandeling volkomen streng

en niet meer te verbeteren is. Mij dunkt, dat zij daarmee hun prestaties nogal mild beoordelen.

Gaarne wil ik nu nog iets zeggen over een tweetal andere punten, die in discussie gebracht zijn.

Men beticht mij ervan, dat ik ten onrechte gemeend zou hebben, dat ik de door K o b u s en V a n T h ij n gegeven definitie correct zou kunnen maken door uitsluitend de eerste voorwaarde te veranderen. Ik heb dat niet beweerd en zal het nu ook niet gaarne beweren. Ik heb er slechts op gewezen, dat de door mij voorgestelde amendementen de definitie *behoorlijk* correct maken. Mijn betoog was gericht tegen de zinloze eerste voorwaarde en ik wilde laten zien, dat door niet al te ingrijpende wijzingen inderdaad iets *behoorlijks* voor de dag kan komen. In aansluiting daaraan was er voor mij geen aanleiding om ook de tweede voorwaarde te wijzigen, te meer omdat de schrijvers voorbeelden geven, waarbij de omissie in de tweede voorwaarde geen aanleiding geeft tot moeilijkheden. Zou men een volkomen correcte definitie willen geven met behoud van de gedachtegang, dan is het inderdaad nodig om ook de tweede voorwaarde te wijzigen. Maar zelfs dan kunnen nog aanmerkingen gemaakt worden, vandaar dat ik later zelf geheel andere formuleringen voorgesteld heb.

Wat mijn onjuiste aanmerking betreft, daarover het volgende: Ik geef *vooraf* de getallen 10^{-n}, $(n = 1, 2, 3 \ldots)$. Hieronder zijn toch stellig getallen begrepen, die men „willekeurig klein" pleegt te noemen. Welnu volgens de eerste in de definitie van K o b u s en V a n T h ij n genoemde voorwaarde is er steeds een waarde (enkelvoud!) van x te bepalen, zeg x_0, waarvoor het verschil tussen p en $f(x)$ absoluut genomen kleiner is dan elk vooraf aangewezen willekeurig klein rekenkundig getal; dus $| f(x_0) - p | < 10^{-n}$, voor *elke n*. Daaruit volgt toch noodzakelijk $f(x_0) - p = 0$!

De schrijvers hadden zich beter moeten uitdrukken. Waarschijnlijk hebben ze aan het volgende gedacht: Bij elk vooraf gekozen willekeurig klein rekenkundig getal is een waarde van x te vinden, enz. Ze hebben in hun formulering de volgorde verkeerd genomen evenals mijn opponenten op p. 1 van hun leerboek. Uit de definitie spreekt namelijk niet, dat zodra ε is gegeven een passende waarde van x, die in de regel nog van ε afhangt, is te vinden, waarvoor de een of andere ongelijkheid is vervuld.

Ten slotte moet ik nog iets zeggen over de vergissing aan-

gaande de definitie van Rutgers en Pekelharing. Ik heb niet beweerd, dat men zou *moeten* menen, dat $\frac{1}{n} + (-1)^n$ de limieten $+1$ en -1 heeft. Maar het zou *kunnen.* Het zit vast op de nauwkeurige betekenis van het woord „steeds". Bij niet wetenschappelijk spraakgebruik vertoont dit woord een uitgebreid spectrum van betekenissen. Mijn opponenten hechten aan „steeds" blijkbaar de betekenis, die men in de wiskunde scherper aanduidt met „monotoon". Deze opvatting ligt voor de hand en ik maak daartegen geen bezwaar; inderdaad is dan mijn tegenvoorbeeld weerlegd. Maar dan wordt aan het limietbegrip zulk een ingrijpende beperking opgelegd, dat ik haast niet kan geloven, dat dit in overeenstemming zou zijn met de bedoeling van de schrijvers. Immers, men heeft dan niet meer het recht te beweren, dat

$$\lim_{n \to \infty} r^n = 0, \text{ voor } r = 0,$$

want de getallen 0, 0, 0, ..., worden toch niet *steeds kleiner.* En in nog mindere mate heeft men het recht om te besluiten tot

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sin n \frac{\pi}{4} = 0,$$

want ook de getallen $\frac{1}{2}\sqrt{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}\sqrt{2}, 0, -\frac{1}{10}\sqrt{2}, -\frac{1}{6}, \ldots$, worden toch ook niet *steeds* kleiner (zelfs niet als men alleen hun absolute waarde beschouwt). Wil men evenwel aan „steeds" niet de betekenis geven van „strikt monotoon", dan is het hek van de dam. In dat licht moet het door mij gegeven tegenvoorbeeld beschouwd worden.

De opmerkingen van mijn opponenten worden besloten met de nogal zonderlinge mededeling, dat in het opvoeren van strengheidseisen een gevaar voor het maken van vergissingen kan schuilen. Deze mening zal wel door weinig wiskundigen gedeeld worden. In mijn voordracht heb ik evenwel nergens aangedrongen op opvoering van de strengheid. Integendeel, ik heb er juist op gewezen, dat men niet te streng moet zijn, maar vóór alles aanschouwelijk. Ik vrees, dat hier bij mijn opponenten sprake is van begripsverwarring. Strengheid opvoeren wil zeggen: in het wiskundig betoog de aanschouwing zo veel mogelijk op de achtergrond dringen. Dat is de taak van de wetenschap; het onderwijs op de middelbare school kan en mag daaraan niet meedoen. Maar

een afzien van strenge bewijsvoering geeft niet het recht om het nu ook maar niet te nauw te nemen met de formuleringen van de beweringen en definities. Juist het streven naar nauwkeurige omschrijvingen behoort naar mijn mening met kracht gepropageerd te worden. Strengheid op de school is misplaatst en funest voor de belangstelling; nauwgezetheid in woordgebruik is een eerste eis en een wezenlijk bestanddeel van het wiskundeonderwijs. Vergissingen zijn het gevolg van onvolledige en dubbelzinnige formuleringen; ze onderstellen de aanwezigheid van een apart interpretatievermogen. Ik meen niet te veel te zeggen met de bewering, dat aan dit vermogen door vele schoolboeken zeer hoge eisen gesteld worden!

HOOFDCOMMISSIE VOOR DE NORMALISATIE IN NEDERLAND.

De Hoofdcommissie deelt mede, dat de ontwerp-normaalbladen V 1268 en V 1269, Symbolen voor de physica, I en II, ter critiek zijn afgekondigd. Verzocht wordt critiek in te zenden voor 1 Augustus 1940 bij het Centraal Normalisatie Bureau, Willem Witsenplein 6, 's-Gravenhage, of voor 1 Juli 1940 bij het Secretariaat van de Normalisatieraad, Bragaweg 38, Bandoeng, Ned. Indië.

Deze bladen zijn ontworpen door commissie Bo, voor de normalisatie van *algemeene aanwijzingen voor technische geschriften,* waarin zitting hebben: prof. dr. M. de Haas, voorzitter; J. van Andel, aangewezen door den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen; ir. Wouter Cool, benoemd in overleg met de Normalisatieraad in Ned.-Indië; prof. dr. W. J. D. van Dijck; ir. L. Th. H. Hesselfelt, aangewezen door den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen; dr. ir. J. J. Koch; ir. J. A. Ladage, aangewezen door den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen; prof. ir. J. Muysken; Kol. der Genie P. W. Scharroo, aangewezen door den Minister van Defensie; dr. P. Schoenmaker; ir. G. J. van de Well. Secretariaat: Centraal Normalisatie Bureau (Directeur ir. J. A. Teyinck).

Deze bladen zijn aanvaard door groepscommissie B, voor de normalisatie van *aanwijzingen voor technische geschriften, teekeningen, modellen en onderdeelen van constructies,* waarin zitting hebben: ir. J. D. Tours, voorzitter; prof. ir. J. A. Bakker; ir. A. H. O. W. de Bats; prof. dr. M. de Haas; ir. G. Hofstede; prof. ir. E. R. Hondelink; Maj. der Genie Ph. J. H. Marcella, aangewezen door den Minister van Defensie; R. P. van Royen; prof. E. Vossnack; prof. ir. F. Westendorp; Secretariaat: Centraal Normalisatie-Bureau (Directeur ir. J. A. Teyinck).

Toelichting.

De notaties op V 1268 en V 1269, *Symbolen voor de Physica,* beoogen te komen tot eenheid in de aanduiding van physische grootheden. Worden de hier aanbevolen letters algemeen gebruikt, dan zal een eind komen aan het vele onvruchtbare werk, dat ontstaat bij het vergelijken van verschillende geschriften waarin men telkens andere letters aantreft voor een zelfde grootheid.

De ontwerp-normaalbladen zijn opgesteld op grond van een voorstel van de Nederlandsche Natuurkundige Raad (N.N.R.), welke de Union Internationale de Physique Pure et Appliquée hier te lande vertegenwoordigt. Zooveel mogelijk is aangesloten bij de voorloopige conclusies op dit gebied van de technische commissie ISA 9d2, Grootheden, eenheden en symbolen, der Int. Fed. of Standardizing Associations.

De bezwaren, voortvloeiende uit de noodzakelijkheid, met het kleine aantal praktisch bruikbare letters een zoo groot aantal grootheden aan te geven, zijn zooveel mogelijk vermeden. Echter kon niet worden voorkomen, dat voor sommige, op zeer verschillend gebied gebruikte grootheden meer dan één letter moet worden aanbevolen; voor een bepaald gebied moet hieruit een keuze worden gedaan zóó, dat geen verwarring met de overige symbolen ontstaat.

Na rijp beraad heeft de commissie besloten om in V 1268 onder „Massa" het soortelijk gewicht (beter: relatief gewicht) niet op te nemen; deze grootheid is nl. afhankelijk van de stof, ten opzichte waarvan zij wordt opgegeven, en van de toestand waarin deze verkeert. Aan de „dichtheid", de massa per volume-eenheid, kleven deze bezwaren niet.

Er moge op gewezen worden, dat de commissie voorstelt als regel vast te leggen, dat symbolen voor grootheden cursief, symbolen voor eenheden met staande letter worden gedrukt; toepassing van deze regel zal vele technische geschriften aan leesbaarheid doen winnen.

Ten slotte wordt er de aandacht op gevestigd, dat de commissie voorstelt, in technische geschriften zoo mogelijk slechts gebruik te maken van de eenheden die op de achterzijde van V 1268 en V 1269 zijn vermeld.

NED. MIJ. v. NIJV. EN HANDEL | DECEMBER 1939 | KON. INST. v. INGENIEURS

HOOFDCOMMISSIE VOOR DE NORMALISATIE IN NEDERLAND

Symbolen voor grootheden worden in cursieve letter gedrukt, symbolen voor eenheden [1]) in staande letter.
Uitzondering: De symbolen voor de imaginaire eenheid *i* en *j* worden cursief gedrukt.

ALGEMEENE GROOTHEDEN	
lengte	l
breedte, dikte	b
hoogte, dikte	h
straal, kromtestraal	r of R
middellijn	d of D
middellijn (niet in formules gebruiken)	∅
weglengte	s
golflengte	λ
oppervlak	A, F of S
volume	V
ruimtehoek, kegelopening	ω
relatieve lengteverandering	ε
hoek van afschuiving	γ
phaseverschuiving	φ
golfgetal [2])	σ
golfvector, periodiciteitsvector	$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ of $\mathbf{P}$
cirkelgolfgetal [3])	k
cirkelgolfvector	$\mathbf{k}$

MASSA	
massa	m
dichtheid ($\varrho = \frac{m}{V}$)	ϱ
gewicht	G
atoomgewicht	A
molair gewicht	M
vlakte-traagheidsmoment	I
massa-traagheidsmoment	J
concentratie	c of ϱ
molaire concentratie Voorbeeld: molaire concentratie van chloor: [Cl]	[ ]
fracties (bestanddeelen als gedeelte van een mengsel; $\Sigma X = 1$)	X of x
diffusie-coëfficiënt	D
getal van Avogadro	N
atoomnummer	Z

TIJD	
tijd	t
periode	T
relaxatietijd [4])	τ
snelheid	v
hoeksnelheid	ω
frequentie, trillingsgetal	f of ν
cirkelfrequentie (rad/sec)	ω
versnelling	a
versnelling van de vrije val	g

[1]) tot en met [5]): zie opmerkingen achterzijde.
Voor symbolen voor grootheden met betrekking tot geluid, licht, magnetisme en electriciteit zie V 1269.

KRACHT	
kracht	F
druk	p
trekspanning	σ
schuifspanning	τ
oppervlaktespanning	γ
elasticiteitsmodulus	E
glijdingsmodulus	G
compressiemodulus	K
dwarscontractiemodulus	m
coëfficiënt van dwarscontractie	μ
wrijvingscoëfficiënt	f
dynamische viscositeit	η
kinematische viscositeit	ν
moment van een kracht	M
weerstandsmoment	W
vlakte-traagheidsmoment	I
massa-traagheidsmoment	J

ARBEID	
energie	W of E
arbeid	W of A
vermogen	P
rendement	η

WARMTE	
temperatuur (boven het ijspunt)	t of ϑ
absolute temperatuur	T of Θ
lineaire uitzettingscoëfficiënt	α
kubieke uitzettingscoëfficiënt	γ
warmtehoeveelheid	Q
warmtestroom	Φ
soortelijke warmte per eenheid van massa	c
soortelijke warmte per mol	C
soortelijke warmte bij constanten druk	c_p of C_p
soortelijke warmte bij constant volume	c_v of C_v
c_p/c_v	$\varkappa$ of k
verdampingswarmte per eenheid van massa	r
gasconstante per mol [5])	R
inwendige energie	U
entropie	S
vrije energie	F
enthalpie	W of I
thermische potentiaal	G
mechanisch warmte-aequivalent [6])	J
warmte-geleidingsvermogen [7])	λ
temperatuur-vereffeningscoëfficiënt [8])	a
warmte-overgangscoëfficiënt	α
warmte-doorgangscoëfficiënt	k

Nog niet definitief
Verzoeke critiek in te zenden

SYMBOLEN VOOR DE PHYSICA I

ALGEMEENE GROOTHEDEN - MASSA - TIJD
KRACHT - ARBEID - WARMTE

V 1268

I.I.D.: 003

TOELICHTING ACHTERZIJDE

INLICHTINGEN BIJ HET CENTRAAL NORMALISATIE BUREAU, 's-GRAVENHAGE, WILLEM WITSENPLEIN 6, TEL. 774520, GIRO 25301.

Dit formaat is het ventielsformaat A4 volgens N 381, vastgesteld in 1925 en internationaal aanvaard door de Technische Commissie 6 (Papierformaten) der International Federation of the National Standardizing Associations (I.S.A.)

ACHTERZIJDE V 1268

OPMERKINGEN: 1. Voor symbolen voor de wiskunde zie V 1267. Voor symbolen voor eenheden zie N 333; bij voorkeur alleen de onderstaande [1]) gebruiken:

EENHEDEN	
mikron	μ
meter	m
vierkante meter	m^2
are	a
kubieke meter	m^3
liter	l
gram	g
ton	t
secunde	sec
minuut	min
uur	h
erg	erg
dyne	dyne of dn
newton [2])	N
mikrobar [3])	μbar
bar [4])	bar
atmosfeer (760 mm kwik)	atm

EENHEDEN	
atmosfeer (1 kg/cm²) [5])	at
radiaal	rad
steradiaal	sterad
calorie	cal
kilocalorie	kcal
phoon	phon
decibell	db (of dB)
poise	P
stokes	S
kaars	k (of c)
lumen	lm
lux	lx
stilb	sb
ampère	A
volt	V
ohm	Ω (of ohm)

EENHEDEN	
coulomb	C
joule	J
watt	W
farad	F
henry	H
hertz	Hz

VOORVOEGSELS		
pico-	10^{-12}	p
nano-	10^{-9}	n
mikro-	10^{-6}	μ
milli-	10^{-3}	m
kilo-	10^{3}	k
mega-	10^{6}	M
giga-	10^{9}	G
tera-	10^{12}	T

[1]) Eenheden en symbolen in de tabellen genoemd, maar welke nog niet voorkomen op N 333, zullen bij de eerstvolgende herdruk van dit normaalblad daaraan toegevoegd worden

[2]) De newton is de eenheid van kracht in het meter-kilogram(massa)-secundestelsel en is gelijk aan 10^5 dyne

[3]) 1 mikrobar = 1 dyne/cm² De naam „barye", welke vroeger voor deze eenheid werd gebruikt, dient te verdwijnen Het symbool voor de eenheid mikrobar is slechts opgenomen als overgangsmaatregel

[4]) 1 bar = 10^6 dyne/cm²

[5]) Indien aangegeven moet worden of een druk als absolute druk of als overdruk wordt gemeten, dan kan dit geschieden door aan het symbool een letter toe te voegen, bijvoorbeeld: ata voor absolute, ato voor overdruk.

2. Het golfgetal σ is bepaald door $\sigma = \frac{1}{\lambda}$.

3. Het cirkelgolfgetal is bepaald door $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

4. De relaxatietijd τ van een grootheid x is bepaald door $x = e^{-\frac{t}{\tau}}$

5. $R = Nk$, hierin is k de constante van Boltzmann

6. Het calorisch arbeidsaequivalent heeft geen eigen symbool, hiervoor wordt geschreven $\frac{1}{J}$.

7. De specifieke warmteweerstand heeft geen eigen symbool, hiervoor wordt geschreven $\frac{1}{\lambda}$.

8. De temperatuur-vereffenings-coëfficiënt is bepaald door $a = \frac{\lambda}{c\varrho}$.

NED.MIJ.v.NIJV. EN HANDEL	DECEMBER 1939	KON. INST. v. INGENIEURS

HOOFDCOMMISSIE VOOR DE NORMALISATIE IN NEDERLAND

Symbolen voor grootheden worden in cursieve letter gedrukt, symbolen voor eenheden [1]) in staande letter.
Uitzondering: De symbolen voor de imaginaire eenheid *i* en *j* worden cursief gedrukt.

GELUID	
oogenblikkelijke geluidsdruk	p
effectieve geluidsdruk	p_{eff}
geluidsenergie-dichtheid	E
geluidsintensiteit = energiestroomdichtheid	I
akoustisch vermogen	P
geluidssnelheid	c
groepssnelheid	u
akoustische impedantie	Z

LICHT	
lichthoeveelheid	Q
lichtstroom	Φ
lichtsterkte	I
verlichtingssterkte	E
helderheid	B
subjectieve helderheid [1])	B_{sub}
objectieve helderheid [1])	B_{obj}
absorptiecoëfficiënt [2])	a
absorptiefactor [2])	α
extinctiecoëfficiënt [2])	$\varkappa$
doorlatingsfactor [2])	τ
reflectiecoëfficiënt [2])	r
reflectiefactor [2])	ϱ
spektrale ooggevoeligheid	V_λ
emissiecoëfficiënt	e
lichtrendement	η
lichtsnelheid	c
brekingsindex	n
brandpuntsafstand	f
mechanisch lichtequivalent	K

MAGNETISME	
magnetomotorische kracht	M
magnetische veldsterkte	H
coërcitiefkracht	H_c
magnetische flux	Φ
magnetische inductie	B
remanentie	B_r
intensiteit van de magnetisatie	J
permeabiliteit	μ
susceptibiliteit	$\varkappa$

ELECTRICITEIT	
electrische potentiaal	V
electromotorische kracht	E
electrische veldsterkte	F of E
hoeveelheid lading	Q
volumedichtheid van de lading	ϱ
oppervlaktedichtheid van de lading	σ
electrische flux	Ψ
diëlectrische verplaatsing	D
capaciteit	C
diëlectrische constante	ε
stroomsterkte	I of i
stroomdichtheid	S of j
conductantie	G
admittantie	Y
electrisch geleidingsvermogen	γ
weerstand	R
reactantie	X
impedantie	Z
specifieke weerstand	ϱ
coëfficiënt van zelfinductie	L
coëfficiënt van wederzijdsche inductie	M of L_{12}
lek-coëfficiënt	σ of τ
koppelcoëfficiënt	$\varkappa$
aantal windingen	N
aantal phasen	m
werkzaam (actief) vermogen	P of P_p
blind vermogen	Q of P_q
schijnbaar vermogen	S of P_s
elementairlading	e
phasehoek	φ

[1]) en [2]) zie opmerkingen 2 en 3 achterzijde.

Voor symbolen voor algemeene grootheden en voor grootheden met betrekking tot massa, tijd, kracht, arbeid en warmte zie V 1268.

Nog niet definitief — Verzoeke critiek in te zenden

SYMBOLEN VOOR DE PHYSICA II

GELUID - LICHT - MAGNETISME - ELECTRICITEIT

V 1269

I.I.D.: 003

TOELICHTING ACHTERZIJDE

INLICHTINGEN BIJ HET CENTRAAL NORMALISATIE BUREAU, 's-GRAVENHAGE, WILLEM WITSENPLEIN 6, TEL. 774520, GIRO 23301.

ACHTERZIJDE V 1269

1. **Dezelfde opmerking als no. 1 V 1268**

2. De objectieve of physische helderheid wordt gemeten in watt/sterad cm². De subjectieve of visueele in c/m² of in sb.

3. Deze grootheden α, τ en ϱ zijn gedefinieerd door de volgende vergelijkingen:

$$\alpha + \tau + \varrho = 1$$

$$\tau = \frac{\Phi_d}{\Phi_o}$$

$$\varrho = \frac{\Phi_\varrho}{\Phi_o}$$

Bij een absorbeerend filter zonder verstrooiing geldt:

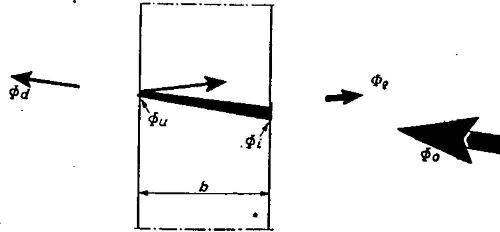
$$\frac{\Phi_u}{\Phi_i} = e^{-ab}$$

Bij een verstrooiend filter zonder absorptie geldt:

$$\frac{\Phi_u}{\Phi_i} = e^{-rb}$$

Bij een absorbeerend en verstrooiend filter geldt:

$$x = a + r$$



SCHOOLBOEKEN.

Er werd ons gevraagd eens een lijst op te maken van schoolboeken, die bij het middelbaar en voorbereidend hoger onderwijs gebruikt worden. Hieronder geven we de namen van de schrijvers, zonder hun titel; de naam is voldoende; men gebruikt Haalmeijer, Smits, vervangt Van Drooge door Beth en Van Loo, enz.

Ook geven we de titels van de boeken niet en als een zelfde schrijver een beknopt en een meer uitgebreid leerboek heeft, noemen we zijn naam één keer. Evenmin worden de vraagstukkenverzamelingen als zodanig aangegeven.

De lijst zal wel niet geheel volledig zijn, maar veel zal het niet schelen. Ook worden genoemd schrijvers, die boeken voor bijzondere soort school hebben gemaakt, b.v. voor H.B.S. A, Middelbare Technische School, Zeevaartschool, beide voor zover het wiskunde betreft; allicht zullen er op deze scholen meer boeken zijn, dan wij hieronder noemen. Namen van latere bewerkers zijn weggelaten; dus b.v. niet Smits—De Van maar enkel Smits.

Algebra.

Alders.
Birkenhäger en Machielsen.
Blonet, Drewes en Yntema.
Derksen en De Laive.
Van Eek en Van der Harst.
Elte en Roggeveen.
Van Heek en Van Beek.
De Jong en De Groot.
Meijer.
Muller en Abram.
Rutgers en Pekelharing.
Smits.
Stoelinga en Van Tol.
Van Thijn.

Meetkunde.

Alders.
Appeldoorn en Heimel.
Birkenhäger en Machielsen.
Ten Dam en De Jong van Arkel.
Derksen en De Laive.
Van Drooge.
Van de Griend.
Haalmeijer.
Van Heek en Van Beek.
Hopster en Van Geldrop.
Van de Kruk.
Meijer.
Molenbroek.

Algebra.

Van Velthoven en Köster.
Visser (M.T.S.).
Vredenduin en Van Haselen.
Wansink.
Wisselink.
Wijdenes.

Meetkunde.

Muller.
Van der Neut en Holwerda.
Ozinga.
Reindersma.
Robijns.
Ruben en Ouwehand.
De Rijcke.
Sakkers.
Schogt.
Smits.
Stoelinga en Van Tol.
Van Thijn.
Van Velthoven.
Versluys.
De Vries en Janssen van Raay.
Walstra en Van Dalfsen.
Wisselink.
Wijdenes.

Driehoeksmeting.

Alders.
Baart en Meulenbeld (M.T.S.).
Bartelings en Tjepkema (Zvk).
Derksen en De Laive.
Van Dinter.
Van de Griend.
De Jong en De Groot.
Kijlstra en Vreeswijk.
Molenbroek.
Muller.
Ouwehand en Ruben.
Van Overeem.
Sakkers.
Schuh en Vollewens.
Teixeira de Mattos.
Van Thijn.
Stoelinga en Van Tol.
Van Velthoven.

Stereometrie.

Abrams.
Alders.
Beth.
Beunders en Ploeg.
Derksen en De Laive.
Van Dijk en Vos (M.T.S.).
Van de Griend.
Molenbroek.
Van der Neut en Holwerda.
Ouwehand en Ruben.
Van der Paardt en Abram.
Plette.
Reijnders (M.T.S.).
Robijns.
Stoelinga en Van Tol.
Ten Dam en De Jong van Arkel.
Van Thijn.

Driehoeksmeting.

Vergoossen en Bruna.
Verrijp.
Versluys.
G. de Vries.
P. L. de Vries (Zvk).
Wijdenes.

Stereometrie.

Van Velthoven.
Versluys.
Visser (M.T.S.).
Vredenduin.
Wijdenes.

Beschrijvende Meetkunde.

Alders.
Beunders en Ploeg.
Derksen en De Laive.
Deuss.
Van Drooge.
Gerretsen.
Gonggrijp en Lepoeter.
Van de Griend.
Jongkees.
Kiers en Dijkshoorn.
Kors.
Niessen.
Piets en Robijns.
Rutgers.
Van Thijn.
Versluys.
Wansink.
Wijdenes.
Bovendien voor de M.T.S.
Boom.
Felix.
Godefroy en Loman.
Visser.
Vrijlandt.

Rekenen.

Bunk.
Derksen en De Laive.
Gonggrijp.
Van Haselen.
Van Heek en Van Beek.
Jager Bruining en Pijl.
Koops.
Bij de Ley.
Van Overeem.
Ozinga.
Springer en Looman (M.T.S.).
Van Thijn.
Van Velthoven.
Vreeswijk en Dusaar.
De Vries.
Wijdenes.

Tafels in 5 dec.

Derksen en De Laive.
Gonggrijp.
Van der Harst.
Noordhoff's Schooltafel.

Tafels in 5 dec.

Van Pesch.
Versluys.
Wichers.
Wijdenes.

In 4 dec.

Beth.
Derksen en De Laive.
Dommisse en Kobus.
Hallo en Van Eek.
Noordhoffs Tafel.
Ouwehand en Ruben.
Van Velthoven.

Rentetafels.

Van Overeem.
Speerstra.
Wijdenes en Van de Vliet.

Analytische Meetkunde.

De Jong.
Looman (M.T.S.).
Reynders en Vrijlandt (M.T.S.).

Analytische Meetkunde.

Schrek.
Van Thijn en Reindersma.
De Vries.

Mechanica.

Beth en Van Loo.
Doornenbal en Nijhoff.
Van Drooge.
Van den Ende.
De Jong.
Molenbroek.
Muller en Abram.
Rutgers en Pekelharing.
Schogt.
Schuh en Trotsenburg.
Schuh en Vollewens.
Staring.
Vega.

Het totale aantal leerlingen bedroeg op 15 September 1939 63041, waarvan 19643 meisjes; zie het volgende overzicht.

Aantal scholen en leerlingen bij het Voorbereidend Hoger en Middelbaar Onderwijs op 15 September 1939. [1])

Schoolsoorten	Aantal scholen	Aantal leerlingen: in de Gymnasiumklassen	in de H. B. S.-klassen: 1, 2 en 3 [2])	in de H. B. S.-klassen: 4B en 5B [3])	in de H. B. S.-klassen: 4A en 5A [4])	in de onderbouw	in de klassen M. M. S.	in de Handelsklassen	Totaal
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gymnasia	52	9155(2437)[5])	—	—	—	—	—	—	9155(2437)
H.B.S. en met 3-j. cursus	5	—	1099(386)	—	—	—	—	—	1099(386)
H.B.S. en met 5-j. c.-B .	42	—	5930(1133)	2702(482)	—	—	—	—	8632(1615)
H.B.S. en met 5-j. c.-A .	14	—	2491(633)	—	1264(294)	—	—	—	3755(927)
H.B.S. en met 5-j. c.-AB.	74	—	12843(2590)	4051(524)	2005(643)	—	—	—	18899(3757)
Lycea									
a. zonder afd. Midd. Meisjessch.	44	3528(1694)[6])	2242(761)	2302(526)	913(396)	6094(2638)	623(623)	—	15702(6638)
b. met afd. Midd. Meisjessch	12								
Middelbare Meisjesscholen									
a. zonder afd. H.B.S. . .	14	—	—	—	—	—	1568(1568)	—	1568(1568)
b. met afd. H.B.S. . . .	8	—	157(175)	276(276)	—	781(781)	612(612)	—	1826(1826)
Handelsscholen									
met 3-jarige cursus . . .	8	—	—	—	—	—	—	686(129)	686(129)
met 4-jarige cursus . . .	9	—	—	—	—	—	—	1523(333)	1523(333)
Handelsscholen, waarvan de laagste klassen samenvallen met de overeenkomstige klassen van een									
a. H.B.S..	1	—	—	—	—	—	—	55(6)	55(6)
b. Lyceum	1	—	—	—	—	—	—	35(—)	35(—)
c. Handelsschool	2	—	—	—	—	—	—	106(21)	106(21)
Totaal . . .	286	12683(4131)	24762(5660)	9331(1808)	4182(1333)	6875(3419)	2803(2803)	2405(489)	63041(19643)

[1]) De tussen () geplaatste cijfers hebben betrekking op de aantallen vrouwelijke leerlingen en zijn in de voorafgaande getallen begrepen.
[2]) Voor H.B.S.-afd. van Lycea: klasse 3 of klassen 2 en 3; voor H.B.S.-afd. van Middelbare Meisjesscholen: klasse 3.
[3]) Voor H.B.S.-afd. van Lycea en Middelbare Meisjesscholen bovendien klasse 6B.
[4]) Voor H.B.S.-afd. van Lycea bovendien klasse 6A (1 school).
[5]) De 5de en 6de klassen tellen samen 2601(675) leerlingen, waarvan 1319(432) α-leerlingen en 1282(243) β-leerlingen zijn.
[6]) De 5de en 6de klassen tellen samen 1564(711) leerlingen, waarvan 907(490) α-leerlingen en 657(221) β-leerlingen zijn.

BOEKBESPREKINGEN.

Logarithmen-, rente- en discontotafels. Uitgave E van Noordhoff's Log.- en rentetafels. Door P. Wijdenes en Dr. P. G. van de Vliet. Derde druk. P. Noordhoff N.V. 1940. Groningen—Batavia.
Prijs met hulpboekje *f* 3,25.

De eerste druk van dit boek heeft het licht gezien in 1925, de tweede in 1932. In den thans verschenen derden druk is wederom het hulpboekje met de noodige verklaringen en voorbeelden los bijgevoegd, zoodat het gebruik daarvan op een examen desgewenscht kan worden verhinderd. Dit hulpboekje, dat geen actuarieele symbolen bevat, heeft in de nieuwe uitgave geen noemenswaardige wijzigingen ondergaan. Ook de tafels zelf bleven onveranderd, behoudens de uitbreiding van de annuïteitentafel V tot intervallen van ¼ % van den rentevoet en behoudens de vervanging van het symbool cursieve *s* door schrijfletter $\mathscr{s}$, een verduidelijking, aangebracht in navolging van het tijdschrift Het Verzekerings-Archief. Dat deze gewijzigde symbolen niet, zooals de andere, aan de hoofden der tafels, maar alleen op de titelpagina's daarvan zijn vermeld, heeft ongetwijfeld slechts een druktechnische oorzaak[1]). Een groote verbetering in het werk is, dat de symbolen thans ook in de inhoudsopgave voorkomen. Bovendien is aldaar thans ook een onduidelijkheid weggenomen, welke in de vorige drukken bestond ten aanzien van de tafels V en X. Deze werden vroeger zonder vermelding eener formule respectievelijk Annuïteitentafel bij achterafbetaling van intrest en Annuïteitentafel bij vooruitbetaling van intrest genoemd, hoewel het verschil toch niet alleen in de betalingstijdstippen van den intrest, maar ook in die der aflossingen school. In de nieuwe uitgave is de naam van tafel X door een formule vervangen en daarmede is voortaan ieder misverstand uitgesloten. Het werk is zoowel op de kantoren als bij het onderwijs reeds zoodanig ingeburgerd, dat het geen verdere aanbeveling behoeft.

M. van Haaften.

---

[1]) Inderdaad; het is stereotiep-druk en om die enkele letters $\mathscr{s}$ en $\mathscr{s}'$ zouden de tafels III en IX opnieuw gemaakt moeten worden. W.

INGEKOMEN BOEKEN.

Van P. NOORDHOFF, Groningen.

P. WIJDENES, *Algebra voor M.U.L.O.* I **31e druk** . . geb. *f* 1,40
„ *Algebra voor M.U.L.O.* II A **12e druk** . geb. *f* 1.50
„ *Logarithmentafels* **C 3e druk** . . . . . . *f* 0,40
F. HARKINK, *Kwadraattafel* van de getallen $0{,}01^2$ tot $199{,}99^2$ en van de wortels $\sqrt{0{,}0001}$ tot $\sqrt{99996{,}0001}$, 83 blz. *f* 1,90
Prof. Dr. Hk. DE VRIES, *Historische Studiën,* **deel III** . . *f* 3,75
geb. *f* 4,50
Prijs van de drie delen, tezamen besteld *f* 9,— geb. *f*11,—

Van den schrijver:

Dr. J. VAN KUIK, *Continue iteratie.* Academisch proefschrift.

Van J. B. WOLTERS, Groningen.

DERDE INTERFACULTAIRE LEERGANG: *Wegen der Wetenschap.* Uitgangspunt, Richting en Doel. 136 bl. *f* 1,90

Zeven artikelen van de professoren
L. POLAK, De Wijsbegeerte.
J. G VAN DER CORPUT, De Wiskunde.
J. H. VAN MEURS, De wetenschap der Geschiedenis.
F. ZERNIKE, De Natuurkunde.
W. J. AALDERS, De Theologie.
M. J. SIRKS, De Biologie.
J. M. N. KAPTEYN, De Philologie.

Van GEORGE THONE, Liège.

Conférences.
PAUL MONTEL, La géométrie des polynômes.
J. G. VAN DER CORPUT, Sur la théorie additive des nombres.
ELIE CARTAN, Sur quelques familles remarquables d'hypersurfaces.
J. A. BARRAU, La cinématique dans le groupe des similitudes du plan.
S. MANDELBROJT, Les fonctions indéfiniment dérivables.
HENRI LEBESGUE, Les *n*-sectrices d'un triangle: extension d'un théorème de Frank-Morley.
W. VAN DER WOUDE, Sur l'application du „théorème fondamental de l'algèbre" de Noether.
OTTO BLUMENTHAL, La géométrie des polynômes binomiaux.

Verder een aantal Communications (mededelingen) van Germay, Gillis, Van der Lijn, Teghem, Lorent, Simenart, Burniat, Rozet, Linsman, Derwidué, Lepage, Kraitchik, Errera, Hirsch, Libois et Defrise, Gautier, Godeaux, Lemoine.
